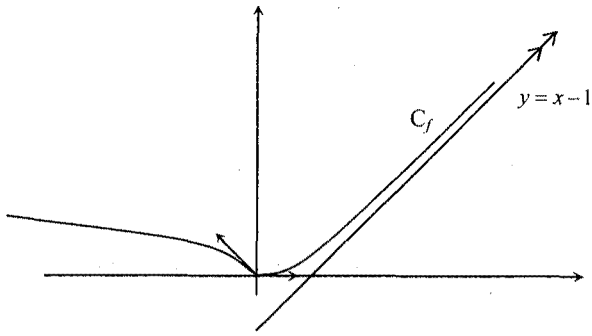
• $\forall x < 0$, $f'(x) = \dfrac{-1}{1-x} < 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

b)



Solution 6 :

1°/• La fonction $x \to \dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3}$ est continue sur $\mathbf{R}^*$ comme composée et quotient des fonctions continues sur $\mathbf{R}^*$.

• ***Continuité de f en 0*** :

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{e^{-\frac{1}{3x^2}}}{x}\right)^3 = \lim_{x\to 0} \left(-3x \cdot \left(\frac{-1}{3x^2}\right) \cdot e^{-\frac{1}{3x^2}}\right)^3$$

$$= \lim_{x\to 0} (-3x)^3 \left(\left(\frac{-1}{3x^2}\right) \cdot e^{-\frac{1}{3x^2}}\right)^3$$

• $\lim\limits_{x\to 0} (-3x)^3 = 0$

• $\lim\limits_{x\to 0} \left(\left(\dfrac{-1}{3x^2}\right) \cdot e^{-\frac{1}{3x^2}}\right)^3 = \lim\limits_{X\to -\infty} (X e^X)^3 = 0$

$\left(X = \dfrac{-1}{3x^2}\right.$; si $x \to 0$ alors $\left. X \to -\infty\right)$